

Modello logistico di Verhulst

(adattato da <http://calvino.polito.it/~mazzi/analisi%20II/Malthus.pdf>)

Una popolazione che cresce seguendo la legge di Malthus non può farlo indefinitamente perché quando è troppo numerosa gli individui entrano in competizione tra loro per lo sfruttamento delle risorse disponibili. In questo caso, diventa necessario introdurre nell'equazione esponenziale un termine che tenga conto della competizione (competizione intraspecifica).

Nel 1837 il matematico-biologo olandese [Verhulst](#) ha proposto di introdurre un termine che deprime la popolazione stessa (quindi negativo) della forma $-bN^2$, dove b è una costante positiva. Il quadrato di N tiene conto del fatto che, per competere, due individui devono incontrarsi e che la probabilità di un incontro è proporzionale a N^2 . Così, la velocità di crescita/decrecita di Malthus diventa l'equazione detta logistica di Verhulst:

$$N'(t) = \varepsilon N - bN^2 = \varepsilon N \left(1 - \frac{N}{\eta}\right),$$

avendo posto $\eta = \varepsilon/b = \text{capacità di carico} > 0$.

Nel caso di due popolazioni (residenti, N , e turisti, M) si ha:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{k}\right) \\ \frac{dM}{dt} = RM \left(1 - \frac{M}{K}\right) \end{cases},$$

un sottocaso del [modello a competizione interspecifica](#) che si realizza quando $\alpha = 0$ e $\beta = 0$. Naturalmente essendo $N = \text{numero dei residenti}$; $r = \text{potenziale biologico della popolazione residente}$; $k = \text{capacità di carico o popolazione sostenibile}$; $\alpha = \text{coefficiente d'interferenza dei turisti verso i residenti}$; $M = \text{numero dei turisti}$; $R = \text{potenziale biologico della popolazione turistica}$; $K = \text{capacità di carico o popolazione turistica sostenibile}$; $\beta = \text{coefficiente d'interferenza dei residenti verso i turisti}$ e valendo le condizioni $k > N \geq 0$ e $K > M \geq 0$.