

CAPITOLO II – PERCEZIONE DEGLI EVENTI

L'operazione che nelle figg. 1.1 e 1.2 è stata indicata come *percezione degli eventi*, consiste nel tradurre in *informazione* le sensazioni raccolte quando si è al cospetto di un fenomeno o di un oggetto. In origine l'informazione è qualitativa, ma si trasforma in quantitativa non appena diventi possibile effettuare adeguati confronti con riferimenti fissati convenzionalmente. Così, si può parlare di "lunghezza" perché si è convenuto di indicare con quel nome una delle dimensioni lineari dello spazio geometrico e si dice che per un oggetto tale dimensione vale 5 metri se occorrono 5 regoli da un metro per coprirli. Naturalmente senza riferimenti l'informazione rimane qualitativa: se, ad esempio, si misura un tavolo senza assimilare le sue caratteristiche a modelli concettuali (come indicato nelle figg. 1.1 e 1.2) - ad esempio un suo spigolo ad una retta - non si avrà alcuna informazione sulle dimensioni del tavolo. L'insieme delle informazioni raccolte formano uno o più dati ognuno dei quali può essere qualitativo o quantitativo (il tavolo è di legno ed è lungo 5 m). Un dato è sempre un'informazione composta essendo formata da una *quota* e da *specifiche*. La "quota" è il dato e le "specifiche" sono comprese nel termine cumulativo di *metadati*. Nel caso di informazione qualitativa la quota è sostituita da una descrizione. Nel seguito faremo riferimento ad informazioni quantitative perché sono più facilmente "verificabili", cioè connotabili come scientifiche. In ogni caso, si ricorda che i dati non derivano necessariamente da operazioni di misura (dati sperimentali), ma possono essere anche prodotti da operazioni logiche (dati teorici, simulazioni, stime, ecc.).

Nel corso del presente capitolo verranno riepilogati i concetti base per lo sviluppo di modelli finalizzati allo studio dei sistemi ambientali.

2.1. – Classificazione delle conoscenze verificabili

È bene tener presente che non tutte le conoscenze verificabili sono accessibili all'esperienza diretta come pure non tutte le conoscenze «osservabili» sono accessibili a misurazione per confronto con un regolo. In questa ottica è ragionevole classificare le conoscenze scientifiche come

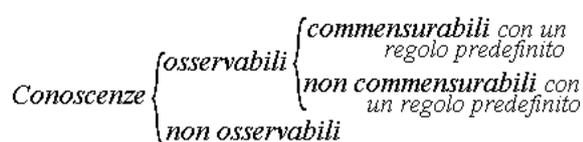


Fig. 2.1. – Classificazione delle conoscenze scientifiche (verificabili).

nello schema di fig. 2.1. Il concetto di «regolo» va riferito ad un oggetto o ad un insieme di oggetti da usare come campione per il confronto di proprietà osservabili relative ad intere classi di oggetti o di insiemi di oggetti.

La classificazione di fig. 2.1 richiama due concetti di base: uno derivato dalla meccanica quantistica che introduce uno spazio virtuale (quello di *funzioni d'onda*, non osservabili) per compensare l'inadeguatezza dello scattering fra particelle come strumento di osservazione delle stesse ed uno connesso con l'operazione di misura, ovvero con la possibilità di realizzare regoli da confrontare con l'oggetto che si osserva

2.2. – Sistemi in equilibrio

In *Meccanica*⁽¹⁾ il termine «equilibrio» indica un concetto originario della *Statica* a cui compete di studiare le forze che permettono ai sistemi di conservare la propria configurazione. In *Dinamica* il termine ha il significato derivato di configurazione nella quale il sistema permane fino a quando non intervenga una qualche perturbazione comunque piccola. Allora il sistema può o allontanarsi dalla configurazione di partenza (equilibrio instabile) o tendere alla configurazione di

⁽¹⁾ La *Meccanica* è quella parte della *Fisica* che riguarda il comportamento dei corpi sottoposti a forze ed in particolare il loro stato di moto e/o di quiete. È suddivisa in tre branche: la *cinematica*, che si occupa dello studio dei moti, indipendentemente dalle cause che li generano, la *statica* che studia le condizioni di equilibrio dei corpi e la *dinamica* che studia le forze che provocano il moto dei corpi.

partenza (equilibrio stabile) oppure rimanere nella configurazione di arrivo (equilibrio indifferente). Infine, in dinamica il concetto di "equilibrio delle forze" si riferisce ad un insieme virtuale di forze costituito dalle forze applicate (reali) e da quelle d'inerzia, che sono "fittizie".

In *Termodinamica*⁽²⁾ lo stato di un sistema è caratterizzato da grandezze macroscopiche, quali massa, volume, temperatura, pressione, energia libera, energia interna, entalpia, entropia, ecc.. La temperatura, la pressione, la densità (massa per unità di volume) e le altre grandezze indipendenti dall'estensione del sistema si dicono *intensive* per distinguerle da quelle *estensive*, che al contrario dipendono dalle dimensioni del sistema (ad esempio il volume). L'equilibrio termodinamico si realizza quando tutti i parametri intensivi che caratterizzano il sistema sono uniformi. Se anche uno solo dei parametri intensivi non è uniforme nel sistema (ovvero ha gradiente non nullo) si verificano fenomeni di trasporto che caratterizzano la «termodinamica di non equilibrio». Va precisato che i sistemi in equilibrio sono un'astrazione della termodinamica e non trovano riscontri in natura.

2.3. – Sistemi dinamici

Un sistema si dice dinamico quando è in trasformazione e se ne considerano le cause. In questa accezione il termine non esprime un concetto necessariamente antitetico a quello di sistema all'equilibrio perché, in meccanica, le leggi della dinamica si ottengono ponendo l'equilibrio tra forze applicate e forze d'inerzia. In termodinamica invece un sistema dinamico non può essere all'equilibrio e viceversa. Naturalmente un sistema meccanico all'equilibrio può non essere in quiete come pure un sistema termodinamico all'equilibrio non esclude che i suoi componenti siano in moto (le molecole e gli atomi contenute in un recipiente in equilibrio termodinamico ad una temperatura diversa dallo zero assoluto sono sempre in agitazione termica, anche quando il recipiente è in quiete).

Le variazioni di un sistema dinamico hanno pesanti conseguenze sulle misurazioni perché le caratteristiche di un dato dipendono dallo strumento usato per produrlo e dalle sue modalità d'impiego, ovvero dallo strumento di misura e dal «campionatore». Nei sistemi in equilibrio il campionamento non costituisce una fase critica perché le grandezze sono per definizione omogenee nello spazio e nel tempo, ma se il sistema non è in equilibrio la misura dei parametri che lo caratterizzano richiede qualche precauzione perché i sensori finiscono per dare valori discreti delle grandezze anche quando possono operare in continuo⁽³⁾. Ad esempio, un termometro immerso in acqua fornisce tutti i valori di temperatura dello «stato» nel quale il termometro è in equilibrio con l'acqua e, poiché l'acqua può essere in uno qualsiasi degli stati termici del continuo, anche il sensore termometrico è in grado di esperire tutte le temperature corrispondenti. Ma se l'acqua non si trova in uno stato di equilibrio perché ad esempio il recipiente che la contiene viene riscaldato, la misura della sua temperatura non è più così scontata per almeno due motivi, perché: (1) la temperatura dell'acqua varia da punto a punto della sua massa, (2) la temperatura in un punto varia nel tempo. Addirittura, da un punto di vista termodinamico non ha più senso neppure parlare di temperatura. D'altra parte la temperatura è un parametro così comodo da misurare ed è una grandezza così espressiva che per non rinunciarvi si preferisce ridefinirla in una nuova chiave per i sistemi non in equilibrio. Si immagina, infatti di isolare un piccolo volume intorno al bulbo termometrico (tanto piccolo da ritenere che in esso le variazioni spaziali della lettura termometrica siano trascurabili ed il sistema bulbo-volumetto si possa considerare in equilibrio) ed un intervallo di tempo anch'esso sufficientemente piccolo da far ritenere trascurabili le variazioni termiche corrispondenti. Una generalizzazione di questi concetti verrà ripresa nel paragrafo 2.5, dedicato alla misura di parametri qualsiasi.

⁽²⁾ La *Termodinamica* è quella parte della *Fisica* che si occupa delle trasformazioni di calore in lavoro meccanico e viceversa.

⁽³⁾ Una grandezza è continua quando fra due suoi valori comunque vicini se ne possa sempre inserire un terzo.

Anche in meccanica se si considera un punto in movimento si hanno delle difficoltà di misura. Si pensi, ad esempio, alla velocità: se il punto è dotato di moto uniforme, la velocità si misura determinando lo spazio percorso ed il tempo impiegato a percorrerlo. La velocità si ottiene dal rapporto delle due misure ed è indipendente dall'intervallo di tempo considerato che, al più, incide sulla precisione degli strumenti da usare. Ma se il moto è vario il rapporto fra spazio percorso e tempo impiegato a percorrerlo fornisce una velocità media che dipende dall'ampiezza dell'intervallo di tempo considerato, cosicché per definire una velocità istantanea si deve ricorrere al concetto di limite⁽⁴⁾.

2.4. – Spazi fisici e spazi concettuali

Anche nel caso della parola “spazio” i concetti si sovrappongono generando difficoltà ed incomprensioni in tutti i campi dello scibile. Per quanto riguarda l'ambiente è bene precisare le seguenti accezioni del termine:

- spazio geometrico, quello tridimensionale dell'ambiente nel quale siamo immersi, caratterizzato da tre dimensioni lineari (altezza, lunghezza e larghezza);
- cronotopo o spazio-tempo, quello a quattro dimensioni, che accoppia lo spazio geometrico con la dimensione temporale;
- spazi concettuali, quelli che si possono porre in corrispondenza biunivoca con lo spazio geometrico o con sue generalizzazioni a molte dimensioni (n-dimensionali) e nei quali un punto esprime un concetto. In particolare:
 - *spazio delle configurazioni*, quelli nei quali un punto rappresenta l'intero sistema (nel caso di N molecole di gas perfetto uno spazio a $3N$ dimensioni: 3 per la posizione di ogni molecola) ed una traiettoria rappresenta l'evoluzione temporale della configurazione del sistema;
 - *spazio delle fasi*, spazio di tutti gli indicatori necessari per descrivere la dinamica del sistema. Un punto rappresenta le condizioni dinamiche dell'intero sistema (nel caso di N molecole di gas perfetto uno spazio a $(6N-6)$ dimensioni: $3N$ per le coordinate geometriche che definiscono la configurazione, $3N$ per le velocità iniziali, che definiscono la dinamica, diminuite delle 6 fasi del baricentro, che non interviene nella definizione del sistema) ed una traiettoria rappresenta l'evoluzione temporale dello stato del sistema. In campo ambientale e, comunque, se si trattano sistemi complessi, spesso si parla di spazio delle fasi per intendere lo spazio di tutti gli indicatori che si ritengono sufficienti a definire il sistema ed i suoi comportamenti, cioè lo spazio nel quale un punto rappresenta uno stato del sistema e una traiettoria la sua evoluzione. Secondo la teoria «*natura non facit saltus*» una traiettoria fluttuante indica che lo spazio usato non è uno spazio delle fasi completo. E per quanto riguarda le curve fluttuanti si deve anche tener presente che vengono tracciate unendo con archi o segmenti virtuali punti rappresentativi di misure, gli unici ad aver significato. Ad esempio, la temperatura giornaliera misurata in un sito (massima, minima, media o presa ad ore fisse), nello spazio “temperature-tempo” fornisce un insieme di punti che vengono arbitrariamente collegati con archi di polinomi assolutamente arbitrari, indipendentemente dal fatto che a disegnarli siano stati algoritmi o penne di registratori meccanici o pennelli elettronici. I diagrammi che ne risultano mostrano andamenti fluttuanti, ma oltre ad essere, per quanto detto, in buona parte arbitrari, non rappresentano traiettorie di sistemi, bensì semplici andamenti di indicatori.
 - Spazi virtuali, spazi accessori non osservabili che vengono introdotti per interpretare i fenomeni senza pretendere di rappresentarli. Come esempio si pensi agli spazi delle funzioni d'onda quantistiche.

⁽⁴⁾ Si ricorda che proprio per affrontare questi problemi Newton inventò il calcolo differenziale.

Ognuno degli spazi descritti può inoltre essere caratterizzato con l'uno o l'altro dei due attributi "metrico" e "affine", in relazione alla possibilità o meno di misurare - e quindi rendere confrontabile con un regolo unico - un qualsiasi segmento dello spazio (spazi metrici) o solo segmenti paralleli agli assi (spazi affini) - per definizione la distanza può essere definita solo per spazi metrici .

Le metriche di interesse pratico sono quelle euclidee e quelle frattali perché preservano i passaggi di scala e le simmetrie più significative: traslazione e rotazione, per le geometrie euclidee e dilatazione per le geometrie frattali⁽⁵⁾. Le geometrie frattali esistono anche in spazi affini.

A riguardo delle simmetrie si ricorda un problema che crea molti imbarazzi alla meccanica classica (e quindi a tutta la fisica connessa): quello della reversibilità del tempo, possibile nella meccanica, impossibile nella realtà (e nella meccanica relativistica, per la quale l'invertibilità del tempo è una situazione limite).

2.5. – Sistemi continui

Una concettualizzazione molto importante per la dinamica dei fluidi (e che costituisce anche un esempio emblematico per tutti i sistemi ambientali) riguarda i "sistemi continui". Il problema si riferisce al fatto che i fluidi sono per loro natura discontinui (infatti, essendo costituiti da componenti discreti, è sempre possibile trovare un volumetto sufficientemente piccolo nel quale la massa contenuta possa risultare nulla: si pensi a volumi di dimensioni paragonabili a quelle molecolari, nei quali può essere presente o una molecola o il vuoto), mentre gli strumenti matematici per rappresentarli usano operazioni di limite (derivate ed integrali) che presuppongono

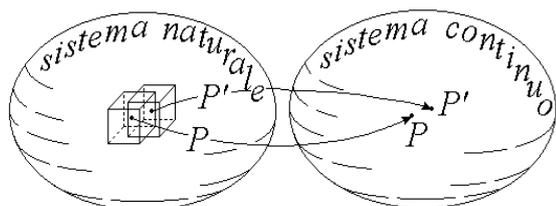


Fig. 2.2. – Schema concettuale per costruire un modello continuo di un sistema discontinuo.

come condizione quanto meno necessaria di operare su insiemi continui (non tutti gli insiemi continui sono derivabili, ma è vero il contrario - ovvero per essere derivabili devono essere continui).

Un "sistema continuo" è l'insieme dei punti di una regione geometrica ai quali sono attribuite proprietà rappresentabili con funzioni continue e derivabili fino al massimo ordine necessario. Un

fluido si concettualizza come sistema continuo introducendo il principio dell'"equilibrio locale", che permette di associare a ciascun punto dello spazio occupato dal fluido (v. fig.2.2) il valore di una funzione termodinamica calcolata in un suo intorno considerato in equilibrio termodinamico. In altre parole, si ammette che i gradienti siano localmente deboli e che si possano isolare "particelle fluide" sufficientemente piccole da rendere inequivocabili i valori delle grandezze che le definiscono (particelle fluide troppo estese non rappresentano un punto) e sufficientemente grandi da consentire definizioni sensate (particelle fluide troppo ridotte non contengono un numero di elementi statisticamente significativo). Il concetto di particella fluida e l'equivalente ipotesi di equilibrio locale permettono di utilizzare le grandezze della termodinamica classica per definire le intensità di campo e danno la possibilità di considerare i gradienti macroscopici del campo come forze motrici dei trasporti. Ad esempio, la concentrazione è l'intensità del campo che produce trasferimento di molecole da punti nei quali una specie chimica è concentrata verso altri nei quali è diluita. La velocità del trasferimento è controllata in intensità, direzione e verso dai gradienti di

⁽⁵⁾ Le "leggi di potenza" che legano tra loro variabili con forme del tipo $y=ax^\beta$ riguardano processi con simmetria frattale perché al variare del regolo che misura x si conserva la legge:

$$y = ax^\beta = aX^\beta \left(\frac{x}{X}\right)^\beta = AX^\beta$$

essendo X la nuova misura della variabile indipendente ed A il nuovo coefficiente della legge. La misura X della variabile indipendente è una dilatazione o compressione della misura x e, se i coefficienti a e A si riguardano come unità di misura della variabile dipendente ($z = y/a$ e $Z = y/A$) si ottiene la relazione di invarianza: $z=x^\beta$ e $Z=X^\beta$.

concentrazione del campo, nel senso che si può avere trasferimento di specie chimica anche solo per effetto di gradienti della concentrazione (diffusione).

La particella fluida ha forma e dimensioni (spaziali e temporali) indefinite essendo solo richiesto che:

- a) la particella comprenda un numero di elementi (atomi, molecole od aggregati) tale da risultare statisticamente significativa per definire i propri parametri termodinamici;
- b) le dimensioni della particella non eccedano i limiti imposti dal livello di risoluzione necessario per descrivere il processo.

Anche il legame fra dimensioni spaziali e temporali non risulta precisato dal principio dell'equilibrio locale, ma la termodinamica statistica può in qualche modo indicarne le caratteristiche. D'altra parte, per un gran numero di casi pratici, il problema si prospetta più formale che sostanziale e non merita particolari approfondimenti.

In definitiva, si deve tener presente che, quando si considera una grandezza scalare (massa, energia, ecc.) come proprietà di una particella fluida, si fa riferimento alla sua quantità (mediata rispetto al tempo Δt) contenuta nel volume ΔV e si attribuisce a ΔV e Δt il significato di ampiezza della particella stessa. Nel caso di grandezze tensoriali⁽⁶⁾ l'operazione per determinare la quantità mediata in Δt , presente in ΔV , va condotta rispetto ad ogni componente del tensore.

È immediato associare ad un sistema fluido un campo tensoriale ottenuto assegnando a ciascun punto del volume da esso occupato il valore di intensità relativo alla particella centrata nel punto stesso (v. fig.2.2). In questo modo si ottiene un sistema che è quasi ovunque continuo e derivabile. Tuttavia nel considerare continuo un fluido dovrà essere tenuto presente che i trasporti di una proprietà da punto a punto avvengono perché si muovono sia le particelle fluide che i relativi costituenti (atomi, molecole o loro aggregati).

“Confezionato” in questo modo il fluido è pronto per essere studiato sia con metodi intuitivi che con metodi formali. Fra questi considereremo, in particolare, i bilanci di proprietà nelle forme integrale e differenziale. Inoltre, i concetti descritti per i fluidi possono essere estesi a buona parte dei contesti ambientali, qualora sia possibile superare la struttura discreta del supporto naturale.

Lo schema descritto è largamente utilizzato in meccanica dei fluidi, ma è facile immaginare come esso venga usato implicitamente o esplicitamente anche in altri settori ed in particolare per lo studio di problematiche ambientali. Infatti, quando si studiano le popolazioni di organismi viventi e le loro dinamiche è immediato estrapolare alle piante ed agli animali gli schemi statistici dimostrati efficaci per le molecole. Analoghe similitudini si possono pensare per l'economia, la sociologia, ecc.

2.6. – Bilanci

Sotto il nome di equazioni di bilancio si raggruppano tutte le relazioni per descrivere l'evoluzione di un fluido (massa, energia, ecc.) attraverso la condizione che la velocità di variazione delle quantità di proprietà presenti in un volume del sistema *bilancino* le velocità di apporto da e verso l'esterno e le velocità di generazione nel volume.

Le equazioni di bilancio sono di natura molto generale richiedendo un numero limitatissimo di ipotesi. Precisamente, se con riferimento ad una proprietà (ad esempio il capitale di un'azienda o di una banca o di una famiglia, la massa d'acqua di un bacino, la popolazione di una nazione, ecc.) è possibile definire un dominio (l'azienda, la banca, la famiglia, il bacino, la nazione, ecc.) ed il relativo contorno (il portafoglio dell'azienda, della banca o della famiglia, il contorno idrografico

⁽⁶⁾ I tensori sono grandezze a più indici le cui componenti, al variare del sistema di riferimento, si trasformano secondo regole perfettamente definite. Più precisamente si trasformano come i versori del sistema di riferimento stesso (covarianza) o come le componenti dei vettori (controvarianza). Il numero degli indici definisce l'ordine del tensore: in particolare, gli scalari (invarianti rispetto alle trasformazioni del sistema di riferimento) sono tensori di ordine zero, i vettori della geometria euclidea sono tensori di ordine uno e così via. Il tensore di ordine superiore al primo di maggior interesse per i trasporti è il tensore degli sforzi viscosi.

del bacino, i confini della nazione, ecc.), allora è anche possibile impostare il bilancio economico di quell'azienda, di quella banca, di quella famiglia, il bilancio idrico di quel bacino, il bilancio demografico di quella nazione. Naturalmente, bisognerà acquisire le informazioni necessarie per quantificare le grandezze coinvolte, ma è chiaro fin da subito quali informazioni raccogliere. Infatti, per ciascuna proprietà i termini dei bilanci sono tre: uno per quantificare la velocità di accumulo, uno per quella dei trasporti ed uno per quella delle generazioni. In fig.2.3 è disegnata una porzione di sistema continuo (si è rimarcato che i bilanci si possono scrivere in condizioni ben più generali, ma per motivi di semplicità è opportuno riferirsi ad un sistema continuo) di volume V e contorno S . Tramite il sistema di riferimento cartesiano ortogonale $(O, \underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$ in ogni punto P di V è definita la densità $\psi(x,y,z)$ di una proprietà scalare. Attraverso l'elemento generico di superficie dS (la superficie è rappresentata con un vettore perché è una grandezza orientata) il sistema perde proprietà con una portata $\underline{J}_\psi dS$. Il flusso \underline{J}_ψ esprime la portata per unità di superficie ed è orientato secondo la direzione ed il verso del trasporto (per convenzione, con una superficie chiusa si assumono positivi il flusso uscente e la faccia esterna della superficie). La velocità di trasporto, \underline{u} , della proprietà è definita dalla relazione $\underline{J}_\psi = \psi \underline{u}$ e quella di generazione specifica (velocità di produzione per unità di volume) è indicata con $g(x,y,z)$.

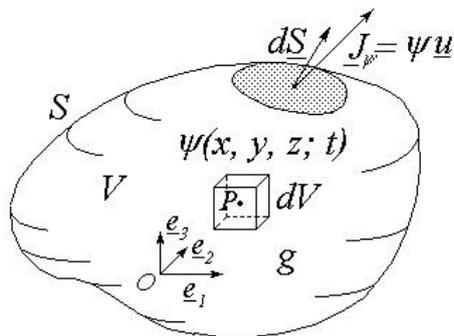


Fig. 2.3 - Schema per illustrare il bilancio di una proprietà del sistema (volume V) racchiuso nella superficie S . La proprietà (presente con densità ψ) entra ed esce dal sistema con velocità netta \underline{u} (flusso $\underline{J}_\psi = \psi \underline{u}$) e viene generata con velocità g .

Nella letteratura queste equazioni assumono talvolta nomi diversi quando sono riferite a situazioni particolari. Così, le **equazioni di variazione** sono quelle di bilancio in condizioni non stazionarie⁽⁷⁾; le **equazioni di conservazione** sono quelle di bilancio in condizioni non stazionarie e per proprietà che si conservano⁽⁸⁾; le **equazioni di bilancio macroscopico** sono quelle di bilancio riferite all'intero volume occupato dal sistema o ad una sua parte finita; le **equazioni di bilancio microscopico** sono quelle di bilancio riferite ad elementi di volume infinitesimi, ecc..

Il bilancio di una proprietà riferito ad un volume V di frontiera S stabilisce che (v. fig. 2.3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{velocità di} \\ \text{accumulo} \\ \text{in } V \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{portata} \\ \text{entrante} \\ \text{attraverso } S \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{portata} \\ \text{uscente} \\ \text{attraverso } S \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{velocità di} \\ \text{generazione} \\ \text{in } V \end{array} \right\}$$

I termini di sorgente (ultimo termine a secondo membro) sono considerati positivi quando forniscono proprietà al sistema e negativi quando la sottraggono. Le sorgenti possono inoltre essere puntiformi o distribuite in relazione alla loro struttura spaziale.

Una proprietà ha caratteristiche scalari se può essere rappresentata da una grandezza scalare (massa, energia, ecc.), ha caratteristiche vettoriali se può essere rappresentata da una grandezza vettoriale (quantità di moto) e così via. Nel caso dei fluidi le proprietà di usuale interesse sono sia scalari sia vettoriali.

Le equazioni di bilancio sono valide indipendentemente dal merito strutturale dei sistemi ai quali si applicano. Infatti, le uniche ipotesi utilizzate riguardavano la possibilità di definire delle grandezze (densità di proprietà, flussi e sorgenti) capaci di descrivere da un punto di vista macroscopico il comportamento del sistema.

Un tale obiettivo è stato raggiunto, nel caso dei fluidi, introducendo il concetto di particella fluida come elemento del sistema naturale. È evidente che la totale generalità dell'impostazione ha dato risultati generali, ma non ha potuto definire completamente il problema. Le equazioni di

⁽⁷⁾ Si dicono stazionarie le condizioni nelle quali il termine di accumulo è nullo.

⁽⁸⁾ Una proprietà si conserva quando è nullo il termine di generazione.

bilancio, infatti, legano fra loro, con un'unica relazione, tre diverse grandezze: densità di proprietà, flusso di proprietà e sorgenti. Per il completamento di ciascun bilancio mancano, quindi, ancora due relazioni, che si ottengono precisando i flussi e le sorgenti in termini delle corrispondenti densità di proprietà. Le relazioni che ancora mancano (dette *equazioni costitutive*) non possono essere stabilite senza entrare nel merito dei processi. In particolare, le sorgenti sono legate alle trasformazioni e vanno individuate considerando proprietà per proprietà e caso per caso. Ancora qualche considerazione generale è, invece, possibile per la formulazione dei flussi. Infatti, i flussi di una qualsiasi proprietà derivano dalla circostanza che ogni atomo o molecola o loro aggregato, quando si sposta, porta con sé tutte le sue caratteristiche (massa, quantità di moto, energia, ecc.).

2.7. – Leggi costitutive dei flussi

Le eterogeneità spaziali di una proprietà inducono spostamenti di risorse nel sistema. Così ad esempio, in un'azienda differenti produttività dei reparti promuovono assestamenti economici e nell'ambiente concentramenti di individui determinano migrazioni di specie con redistribuzione dei consumi e delle produzioni. All'interno dei sistemi continui le forze motrici dei trasporti sono i gradienti di densità delle proprietà che però, avendo come supporto elementi materiali (molecole, atomi, ioni o loro gruppi, prodotti, individui, ecc.), determinano anche spostamenti di supporti. Indicando con $\nabla\psi = \text{grad}\psi$ il gradiente della densità ψ , la forza motrice del trasporto di una proprietà scalare ha la forma generale $\underline{F} = \underline{F}(\nabla\psi; p_1, p_2, \dots, p_m)$, dove p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) sono parametri.

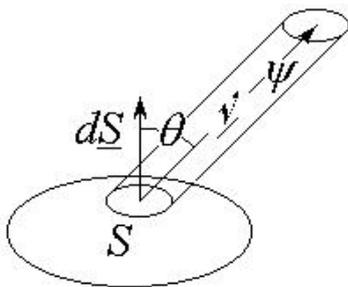


Fig. 2.4.- Relazione fra velocità di trasporto e flussi.

Le forze motrici non dipendono esplicitamente dalle variabili spaziali e dal tempo perché ad uguali valori dei gradienti corrispondono uguali valori delle forze motrici. Altrimenti si potrebbero avere condizioni anomale anche in contrasto con il primo e secondo principio della termodinamica. Per semplicità (ed anche per ignoranza) la \underline{F} generalmente si assume uguale a $\nabla\psi$. Per illustrare meglio il trasporto è utile distinguere la portata Q (grandezza scalare con la quale si misura la quantità di proprietà che nell'unità di tempo attraversa una superficie S) dal flusso \underline{J} (grandezza vettoriale che misura una portata per unità di superficie), grandezze che sono legate dalla relazione differenziale: $dQ = \underline{J} \times d\underline{S}$. Tramite il flusso si

definisce una velocità di trasporto \underline{v} tramite la relazione $\underline{J} = \psi \underline{v}$ (v. fig.2.4) che non coincide necessariamente con quella del trasportatore (ovvero della particella fluida). Di fatto la velocità di trasporto di una proprietà risulta definita dalle forze motrici. Così, ad esempio, nel caso che $\underline{J} = -K \nabla\psi$ ($\underline{F} = \nabla\psi$) è $\underline{v} = (-K \nabla\psi) / \psi$ dove il parametro K è una costante di proporzionalità che non dipende né da \underline{J} , né da $\nabla\psi$ e il segno $-$ tiene conto del fatto che la proprietà si propaga andando da alti valori di ψ verso i valori più bassi. Hanno queste caratteristiche le note leggi: (A) di Newton (per il trasporto della quantità di moto), (B) di Fourier (per il trasporto del calore) e (D) di Fick (per il trasporto della massa).

A - Legge di Newton

L'equazione del moto dei continui (quella che trasferisce ai continui la legge fondamentale della meccanica $\underline{f} = m\underline{a}$) si può assimilare al bilancio della quantità di moto se si riguarda il tensore degli sforzi viscosi come flusso di quantità di moto. La legge di Newton definisce tale tensore ed introduce il concetto di viscosità.

Questa legge nasce dal fatto che un fluido viene messo in moto da un gradiente di pressione (generato, ad esempio, da una pompa) al quale il fluido si oppone (il fluido tende a fermarsi ad ogni arresto della pompa e per rimanere in moto richiede una continua somministrazione di energia da parte della pompa).

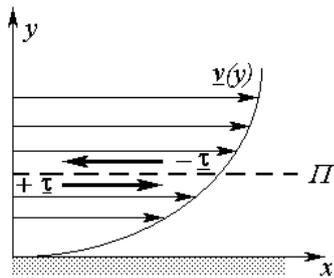


Fig. 2.5 - Distribuzione delle velocità di un fluido in prossimità di una parete piana e sforzi d'attrito interno in corrispondenza ad un generico piano Π parallelo alla parete ed alle velocità del fluido.

La resistenza al moto si sviluppa come conseguenza di trasferimenti della quantità di moto che possono essere efficacemente visualizzati ricorrendo ad un semplice schema di moto stratificato. In fig. 2.5 è rappresentata la distribuzione delle velocità di un fluido in prossimità di una superficie piana ferma. Si suppone che le velocità siano parallele alla parete ed orientate nella direzione dell'asse delle x .

Se si considera un piano Π parallelo alla parete, la massa fluida sovrastante Π e quella sottostante sviluppano una mutua resistenza al moto, nel senso che la parte inferiore tende a ritardare quella superiore e questa, a sua volta, tende ad accelerare quella inferiore. Ciò come conseguenza del fatto che la parte superiore a Π tende a slittare rispetto a quella inferiore per procedere più

velocemente.

Il meccanismo che determina un tale duplice processo di accelerazione e decelerazione deriva dal fatto che alcune particelle fluide della parte inferiore passano in quella superiore e viceversa. Ciascuna particella parte avendo come dotazione di quantità di moto quella che compete alla sua posizione di partenza e quando arriva distribuisce la sua eccedenza o acquisisce la quota mancante per mettersi in equilibrio con le particelle che l'attorniano. Il risultato complessivo dei trasferimenti descritti è un flusso netto di quantità di moto che va dalle zone a maggior velocità verso quelle di minor velocità (la parte superiore rallenta e quella inferiore accelera) ed il flusso è, in prima approssimazione, proporzionale alla differenza ($v' - v''$) fra le velocità della zona di partenza e quella d'arrivo. Se si considera che le velocità in gioco nello schema di fig.2.5 sono dirette secondo x e variano solo con y si vede, attraverso un semplice sviluppo in serie di Taylor, che ($v' - v''$) è proporzionale alla derivata della velocità fatta rispetto ad y , ovvero si ottiene la legge di Newton nella forma corrente:

$$\tau_{xy} = - \mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

dove la costante di proporzionalità μ è detta viscosità. Si usa anche chiamare il rapporto μ/ρ col nome di viscosità cinematica ($\rho =$ densità).

B - Legge di Fourier

L'equazione costitutiva dei flussi di calore per conduzione (esclusi, cioè, i contributi dovuti all'irraggiamento ed alla convezione) è data dalla legge di Fourier che può essere scritta nella forma semplificata:

$$q_y = - k \frac{\partial T}{\partial y}$$

dove k è una costante di proporzionalità (detta conducibilità termica) fra il flusso di calore, q_y , nella direzione y ed i gradienti di temperatura ritenuti diversi da zero solo in tale direzione ($T = T(y)$).

Una generalizzazione della legge di Fourier si ottiene scrivendo l'equazione vettoriale:

$$\underline{q} = - k \nabla T$$

Nella realtà, il problema si presenta più complesso sia perchè k dipende dalla temperatura, sia perchè spesso i mezzi nei quali avviene il trasporto sono anisotropi.

C - Legge di Fick

Nel caso del trasporto di materia, le equazioni costitutive dei flussi sono date dalla legge di Fick che ha caratteristiche del tutto analoghe a quella di Fourier anche se si deve prendere qualche precauzione per quanto riguarda la definizione dei flussi. È infatti necessario considerare che il trasporto di materia avviene tenendo conto dei movimenti di almeno due specie chimiche (l'autodiffusione, processo che considera il moto in una matrice di molecole identiche, non ha rilevanza pratica).

La legge di Fick può essere data nella forma:

$$\underline{J}_A^* = - C D_{AB} \nabla c_A$$

dove: c_A è la frazione molare di A ($c_A = C_A / C$); \underline{J}_A^* è il flusso di A che si osserva da un riferimento in moto con la velocità media molare del fluido⁽⁹⁾, v^* ; D_{AB} è la costante di proporzionalità (coefficiente di diffusione) fra flusso e forza motrice, mentre C_A e C danno rispettivamente il numero di moli di A e totali presenti nell'unità di volume.

2.8. – Le velocità di generazione

I termini di generazione g vengono generalmente espressi attraverso la variabile dipendente ψ ed altre variabili del sistema. Ad esempio, in chimica la reazione $A+B \xrightarrow{k} C$ produce il composto C con una velocità che è definita dalla concentrazione molare [A] e [B] dei reagenti nella forma:

$$\frac{d[C]}{dt} = k[A][B]$$

ed esprime la probabilità che nell'unità di tempo e di volume una molecola di A collida con una di B. La funzione g esprime una velocità specifica (velocità per unità di volume) e viene indicata con nomi diversi: in biologia (*velocità di crescita* avendo in mente le popolazioni), in chimica (*velocità cinetica* pensando alla stechiometria delle reazioni) ed in ingegneria (*velocità di sorgente* per mettere in rilievo la produzione). In seguito questi termini verranno trattati in dettaglio con esempi classici e ricorrenti.

2.9. – Indeterminazione

Riprendendo anche quanto accennato nel paragrafo 2.1 vale la pena precisare i significati di tre termini usati nel corso delle precedenti argomentazioni: (a) osservabilità, (b) indeterminazione e (c) inaccessibilità del «*valore vero*» di un parametro. I primi due differiscono fra loro perché l'osservabilità attiene alla possibilità di usare per scopi descrittivi «*grandezze virtuali*», mentre l'indeterminazione si riferisce all'esistenza di «*grandezze coniugate*» che non possono essere osservate contemporaneamente con precisione assoluta (la precisione dell'una condiziona quella dell'altra), precisione che in meccanica quantistica, a differenza della meccanica classica, ha un limite inferiore indipendente dallo strumento di misura e dall'operatore che esegue la misura. L'inaccessibilità del «*valore vero*» di un parametro è, invece, un concetto statistico che si riferisce all'operazione di misura (e quindi riguarda grandezze osservabili), ma non ha niente a che vedere con l'esistenza di grandezze coniugate e la loro indeterminazione. Alla indeterminazione sembra, invece, più pertinente il problema delle scale di osservazione che caratterizzano gli strumenti utilizzati, che verrà preso in considerazione nei capitoli successivi.

In ogni caso, per cercare di rendere al meglio la questione conviene precisare che l'insieme di tutte le fasi rappresenta il massimo di conoscenza accessibile alle tecnologie attuali e ciascuna

⁽⁹⁾ La *velocità media molare*, \underline{v}^* di una miscela fluida è definita dalla $\underline{v}^* = \frac{1}{C} \sum_i c_i \underline{v}_i$, dove $c_i = \rho_i / M_i$ (con M_i massa molare della specie i -esima) esprime la concentrazione molare della i -esima specie chimica in termini di moli per unità di volume.

proprietà è regolata da un'equazione di bilancio non appena sia possibile misurarne la quantità, il trasporto e la generazione (v. paragrafo 2.6).

La misura della quantità implica la definizione di un regolo, quella del trasporto la definizione di un operatore che determini come la proprietà si muove nel sistema e verso l'esterno, mentre la generazione richiede che si stabiliscano i fattori di crescita e di scomparsa.

Con riferimento ai continui, il bilancio di una proprietà è dato da una equazione differenziale che per essere completa va corredata da opportune condizioni al contorno ed iniziali le quali filtrano le soluzioni dell'equazione differenziale selezionando quelle compatibili con le condizioni imposte.